

Après-midi Claude Shannon

Caroline Chaux, Jalal Fadili, Christophe Ritzenthaler, Gabriel Peyré

CNRS et Univ. Aix-Marseille, ENSICAen, Univ. Rennes 1, CNRS et Ecole Normale Supérieure

CIRM, Nov. 4 2016

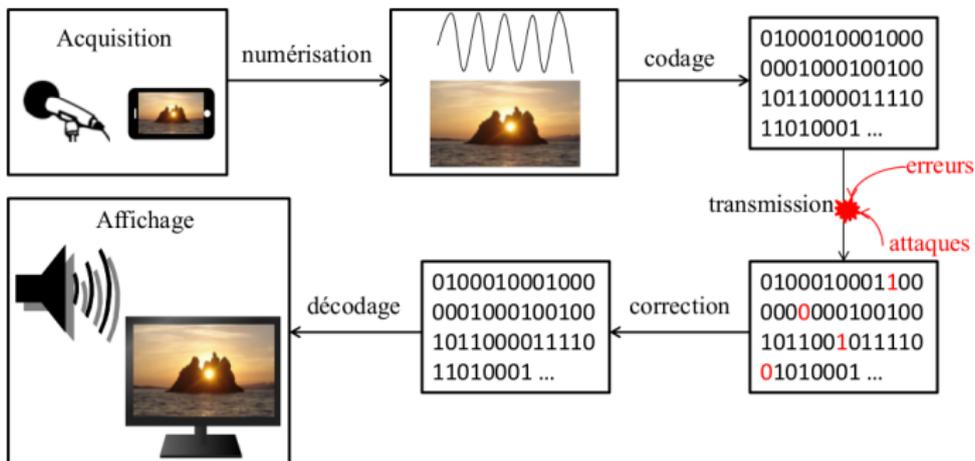


Claude Shannon

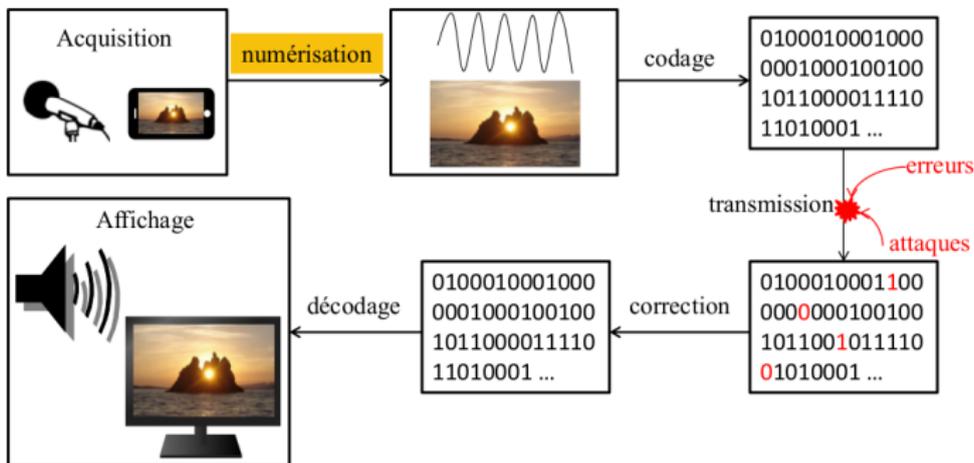


- ▶ Prénom : Claude
 - ▶ Nom : Shannon
 - ▶ 30 avril 1916 - 24 février 2001
-
- ▶ Études : génie électrique et mathématiques
 - ▶ Profession : chercheur (mathématicien) au MIT (Massachusetts Institute of Technology) et ingénieur aux laboratoires Bell.
 - ▶ Père fondateur de la théorie de l'information;
 - ▶ Schéma : émetteur-codage-décodage-destinataire.

Quelques unes de ses découvertes



Quelques unes de ses découvertes

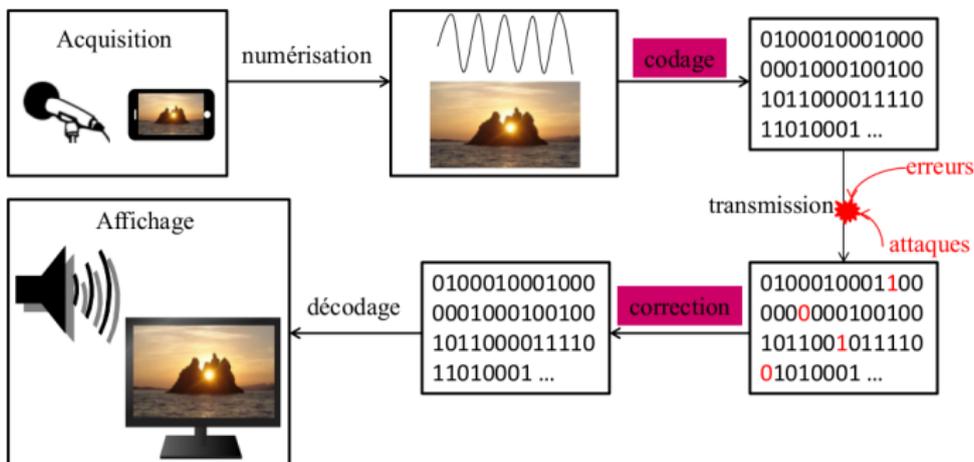


Numérisation

BUT : transformer le signal en signal numérique.

SOLUTION : échantillonnage.

Quelques unes de ses découvertes



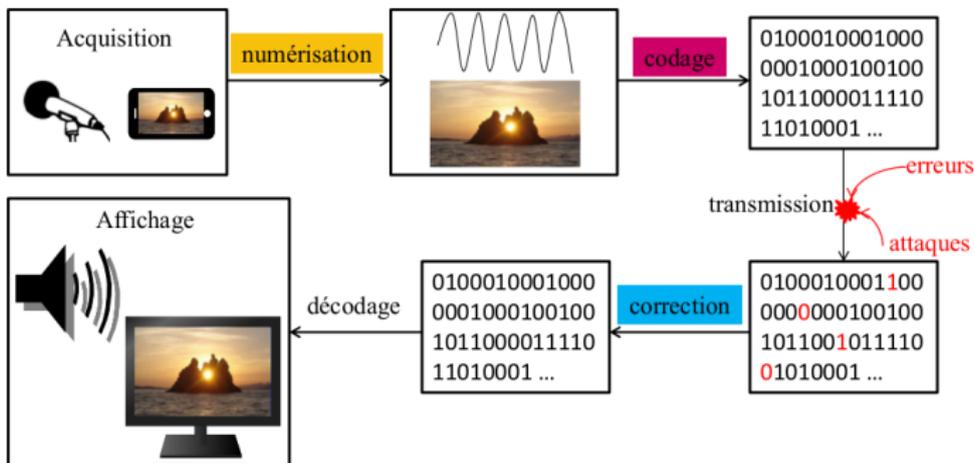
Codage

BUT : coder le signal numérique et réduire sa place de stockage.
SOLUTION : compression.

BUT : corriger les erreurs du code suite à sa transmission.
SOLUTION : code correcteur d'erreur.

Correction

Quelques unes de ses découvertes



Echantillonnage

Présentation ❶ de C. Chaux.

Compression

Présentation ❷ de J. Fadili.

Présentation ❸ de C. Ritzenthaler.

Code correcteur

Au delà de Shannon.
Présentation ❹ de G. Peyré.

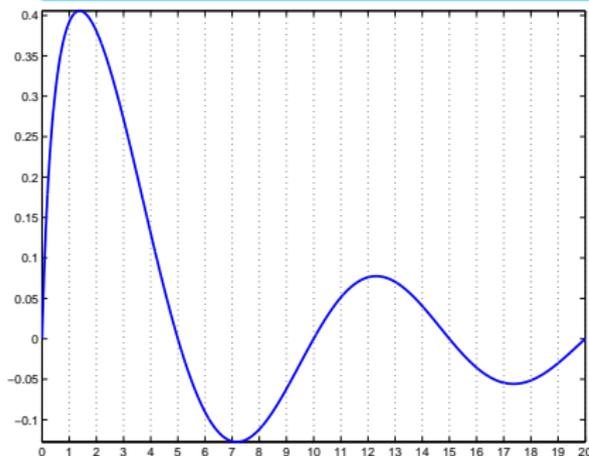
Échantillonnage compressé

Qu'est ce que c'est ?

L'échantillonnage

On dispose d'un signal réel et on ne veut en garder que **quelques échantillons** sans perdre d'information.

Pour cela, on se donne un **pas d'échantillonnage** T_e et on garde les échantillons en $0, T_e, 2T_e, \dots, NT_e$.

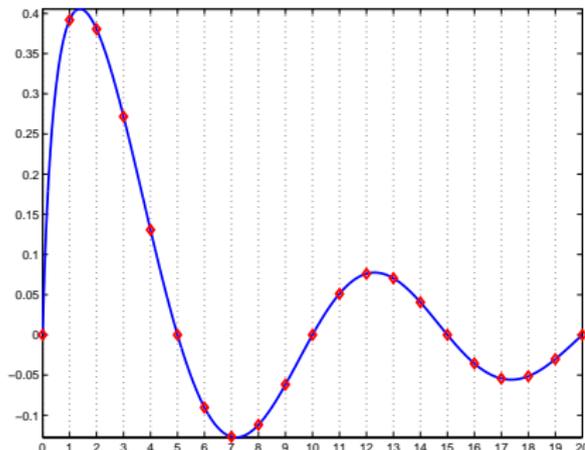


Qu'est ce que c'est ?

L'échantillonnage

On dispose d'un signal réel et on ne veut en garder que **quelques échantillons** sans perdre d'information.

Pour cela, on se donne un **pas d'échantillonnage** T_e et on garde les échantillons en $0, T_e, 2T_e, \dots, NT_e$.



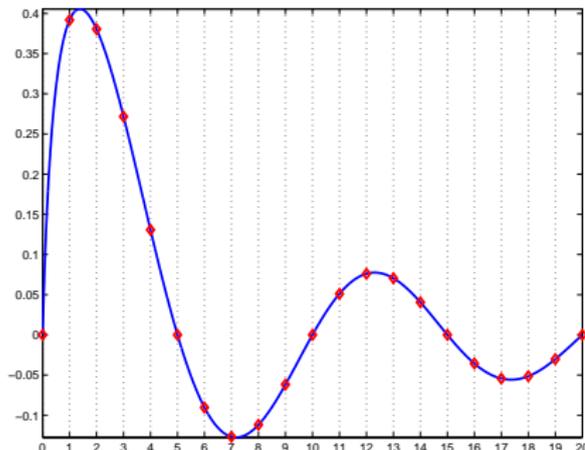
Quelle est le pas
d'échantillonnage T_e ?

Qu'est ce que c'est ?

L'échantillonnage

On dispose d'un signal réel et on ne veut en garder que **quelques échantillons** sans perdre d'information.

Pour cela, on se donne un **pas d'échantillonnage** T_e et on garde les échantillons en $0, T_e, 2T_e, \dots, NT_e$.



Quelle est le pas
d'échantillonnage T_e ?

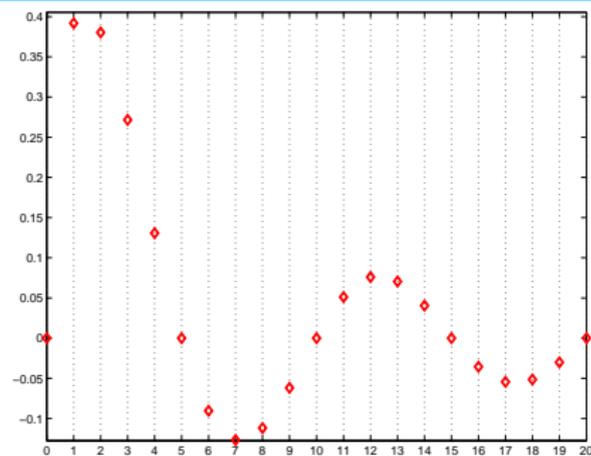
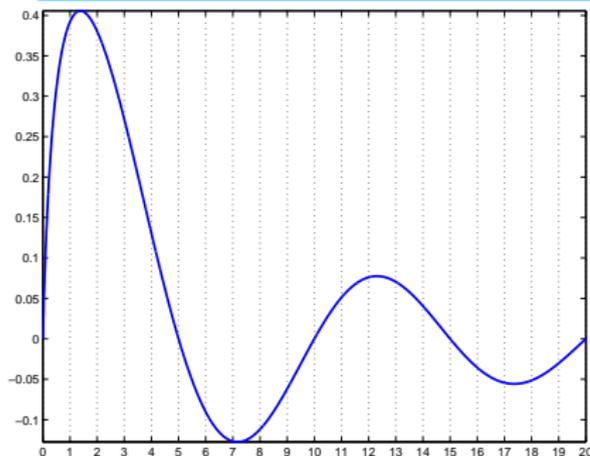
$$T_e = 1$$

Qu'est ce que c'est ?

L'échantillonnage

On dispose d'un signal réel et on ne veut en garder que **quelques échantillons** sans perdre d'information.

Pour cela, on se donne un **pas d'échantillonnage** T_e et on garde les échantillons en $0, T_e, 2T_e, \dots, NT_e$.



Notion de fréquence



Notion de fréquence



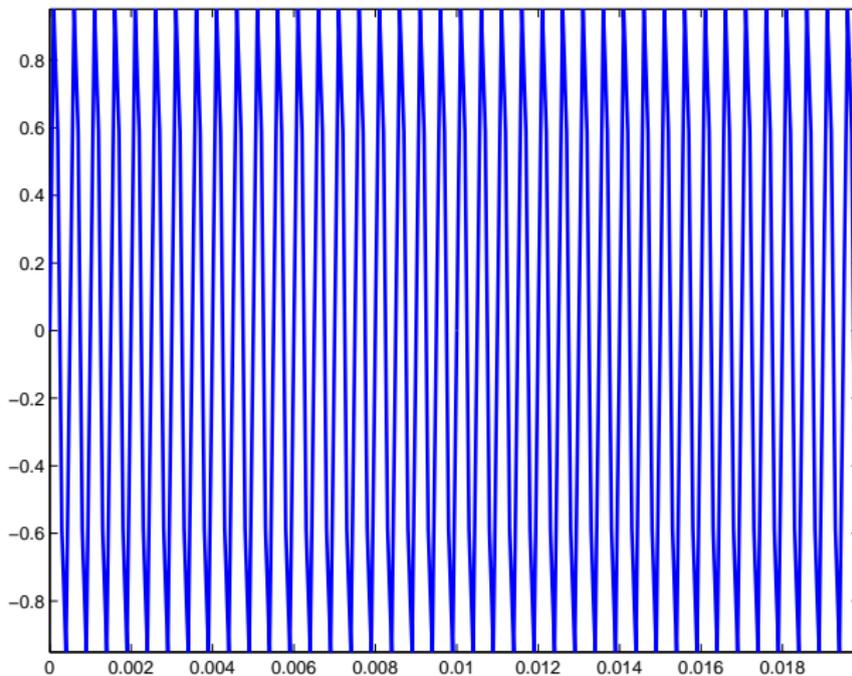
- ▶ Qu'est-ce qui produit le son ?

Notion de fréquence



- ▶ Qu'est-ce qui produit le son ?
- ▶ Pourquoi le son change t-il quand on bouge la règle ?

Fréquence haute vs fréquence basse



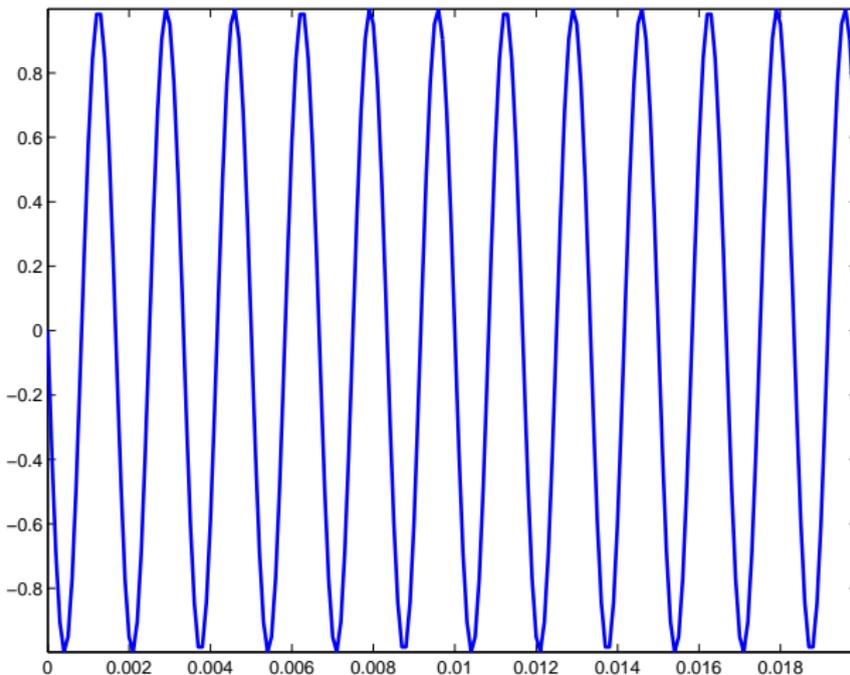
play

pause

resume

stop

Fréquence haute vs fréquence basse



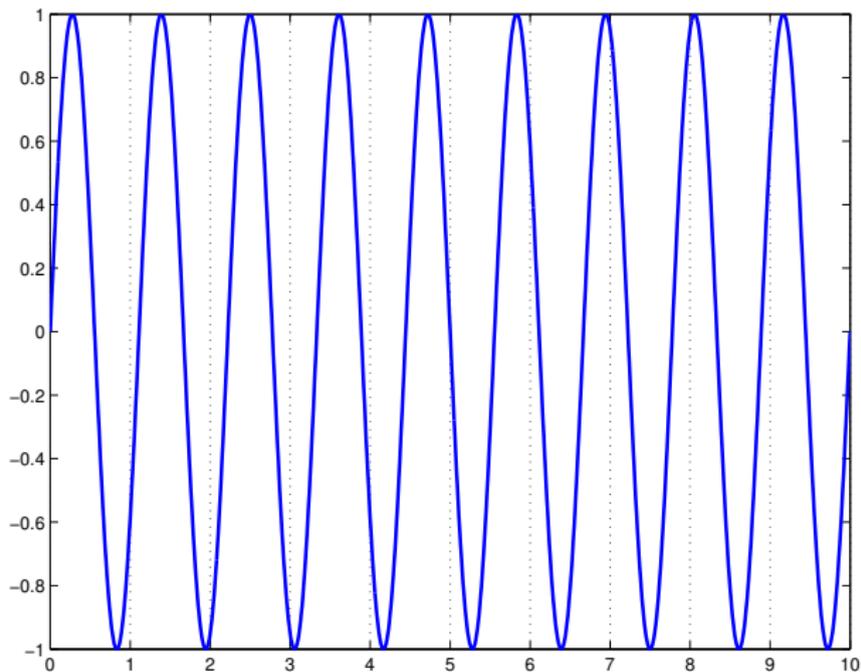
play

pause

resume

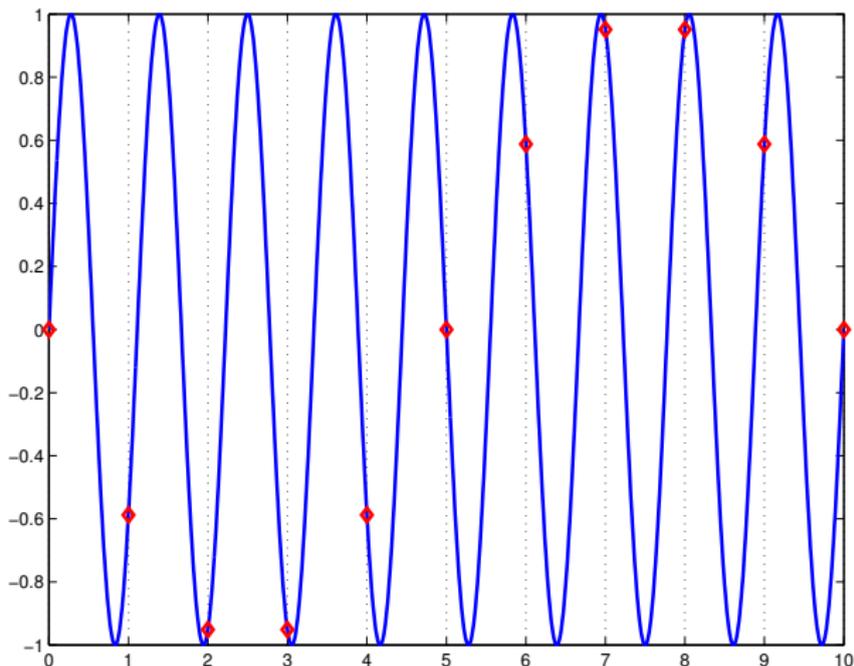
stop

Un exemple



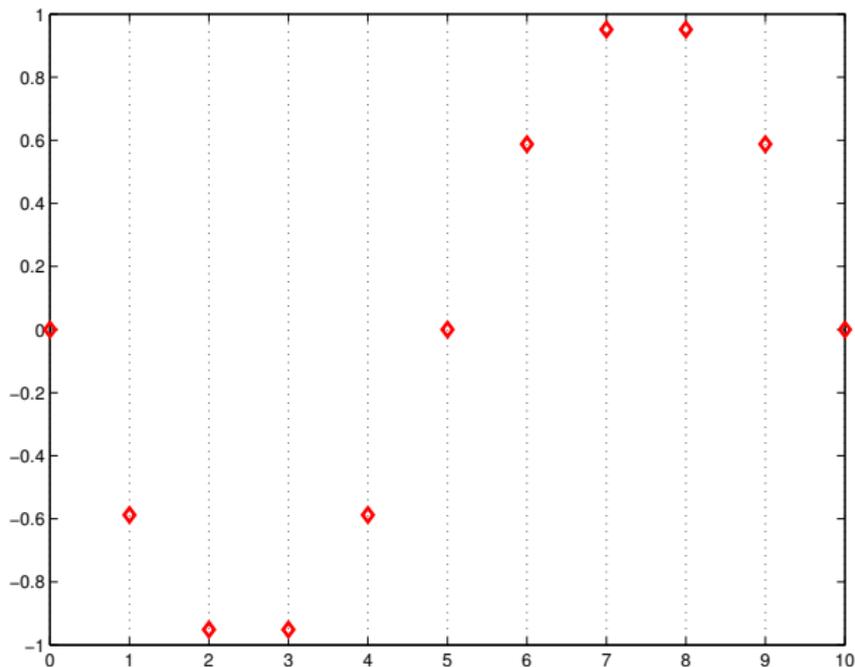
Voici un signal à échantillonner.

Un exemple



Je choisis un pas d'échantillonnage $T_e = 1$.

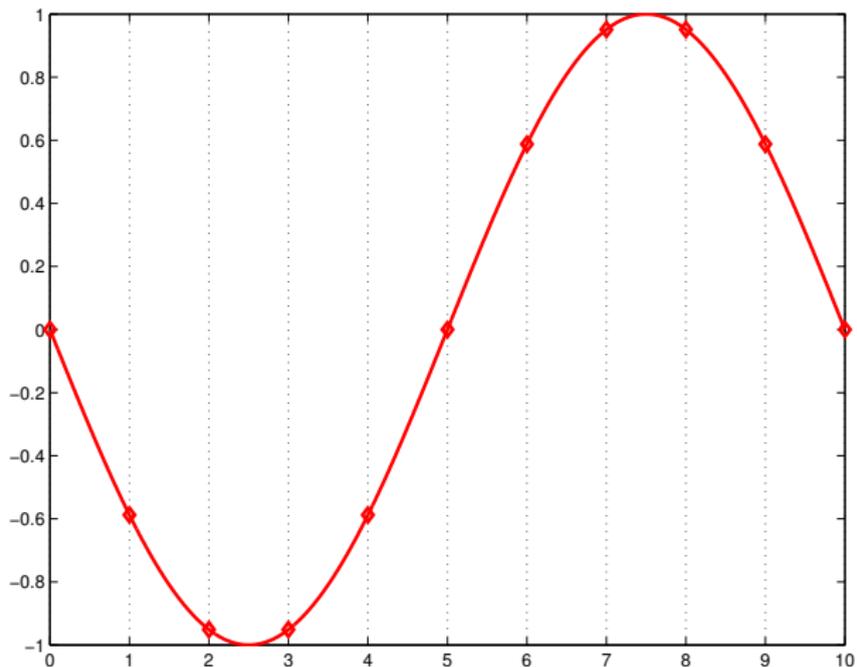
Un exemple



Voici les échantillons retenus ...

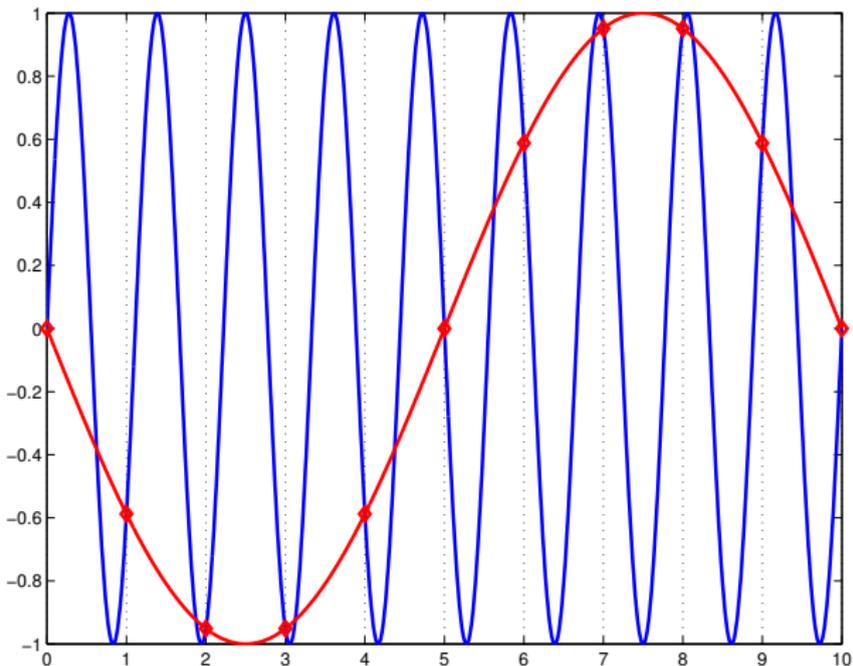
Si je vous demande de reconstituer un signal à partir de ces points rouges, que tracez vous ?

Un exemple



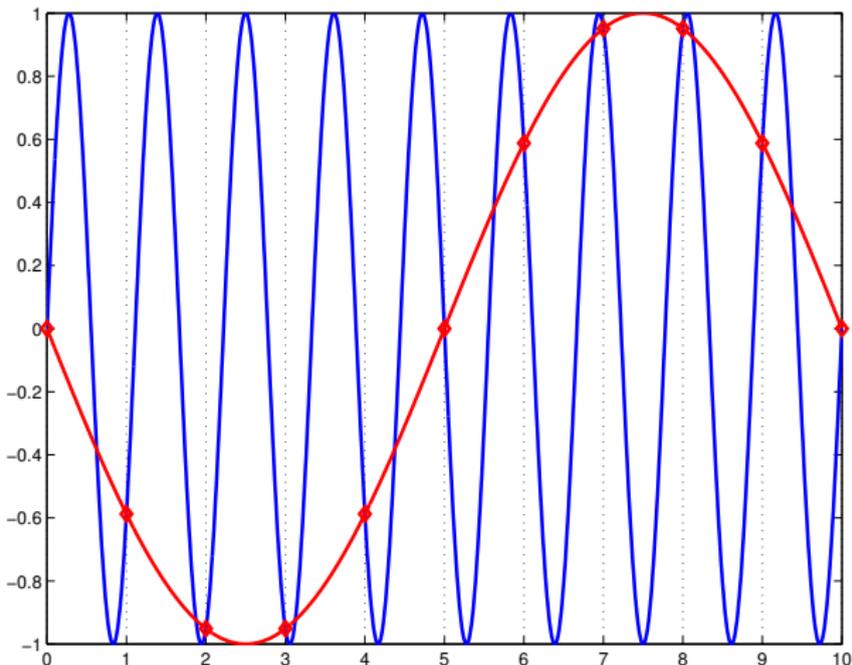
A priori, voici ce que l'on a envie de dessiner ...

Un exemple



On ne retrouve pas le signal original ...
Pourquoi ? Que s'est il passé ?

Un exemple



On ne retrouve pas le signal original ...

Pourquoi ? Que s'est-il passé ? → nous n'avons pas conservé assez d'échantillons !!!

Le théorème d'échantillonnage

- ▶ Supposons que le signal que l'on cherche à échantillonner ait une fréquence maximum f_{\max} .
- ▶ Le théorème de Shannon nous dit :

Théorème d'échantillonnage

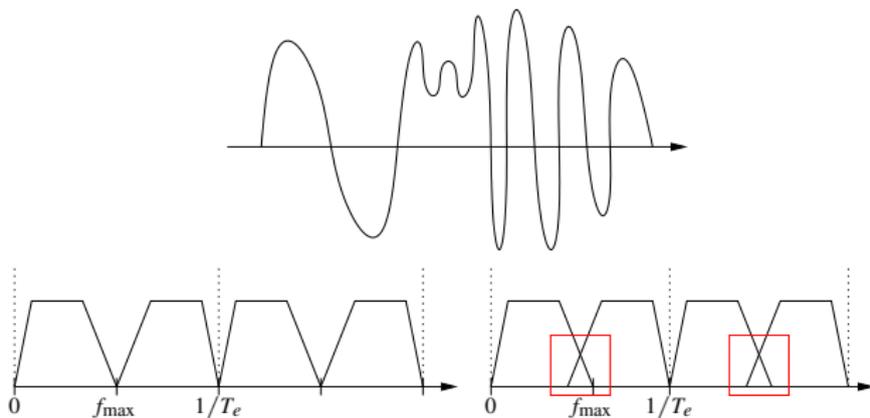
Le pas d'échantillonnage T_e doit être choisi au minimum deux fois plus petit que l'inverse de la fréquence maximum du signal.

$$T_e \leq \frac{1}{2f_{\max}}$$

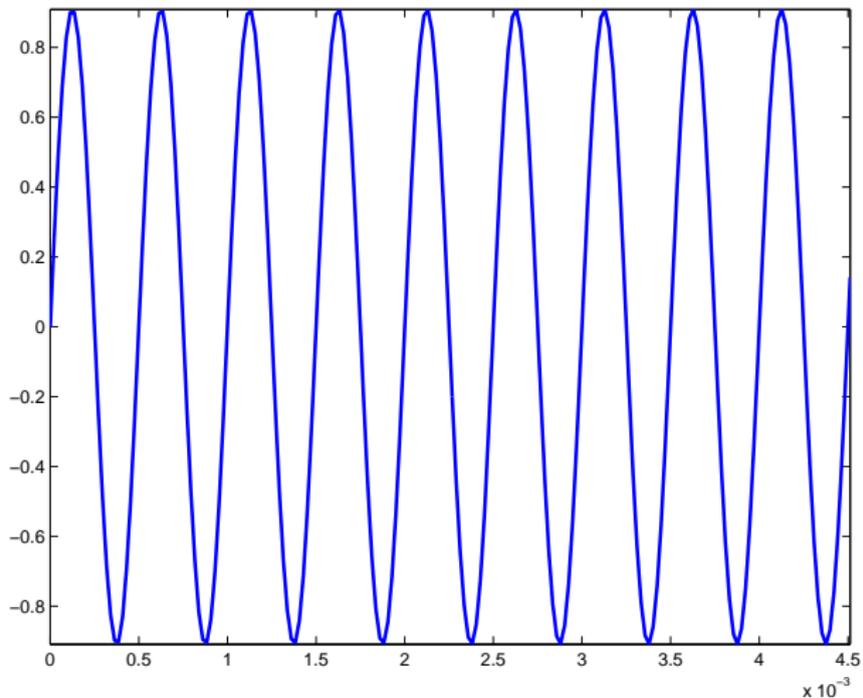
Pourquoi cela marche ou pas ?

Quelques clés simples :

- ▶ Lorsqu'on échantillonne un signal en temps, on périodise sa représentation en fréquence;
- ▶ Si le pas d'échantillonnage est trop faible, certaines fréquences ne peuvent plus être représentées;
- ▶ Les fréquences ne pouvant être représentées sont victimes de repliement spectral.

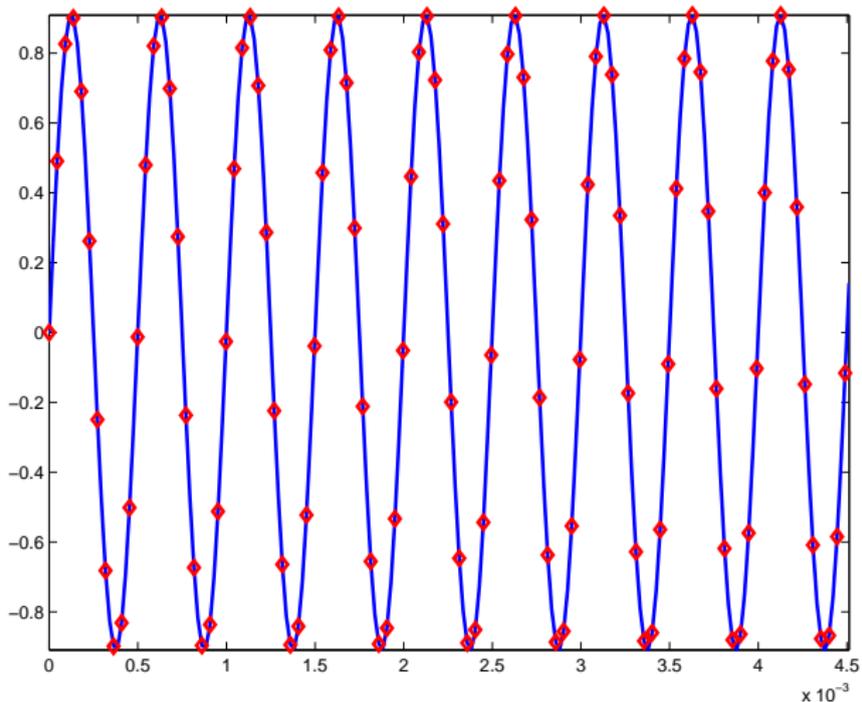


Echantillonnage de signaux synthétiques



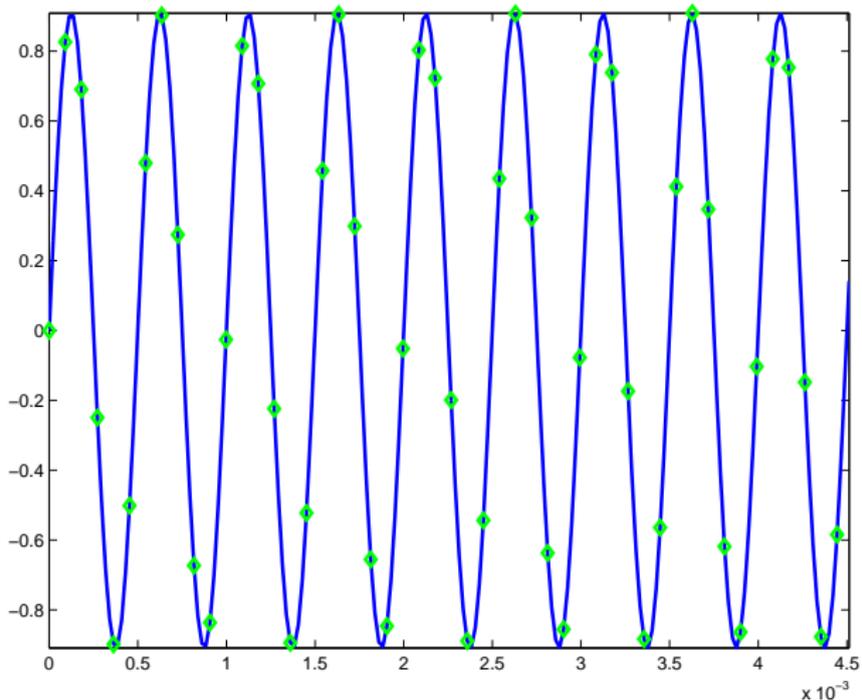
Signal original ($f_{\max} = 2000\text{Hz}$, $T_e = 1/44100\text{Hz}$)

Echantillonnage de signaux synthétiques



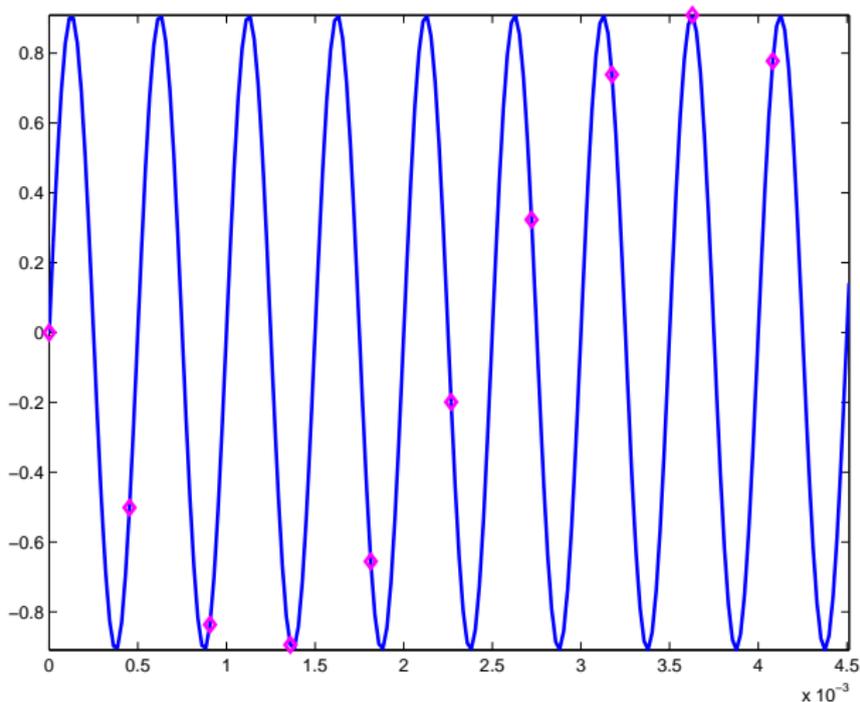
On garde 1 point sur 2

Echantillonnage de signaux synthétiques



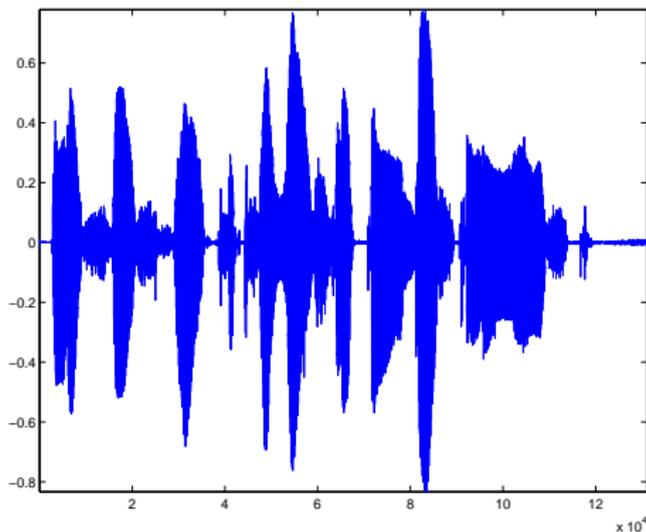
On garde 1 point sur 4

Echantillonnage de signaux synthétiques



On garde 1 point sur 20

Echantillonnage de signaux réels



Signal original ($f_{\max} = 10000\text{Hz}$, $T_e = 1/44100\text{Hz}$)

Signal original :

On garde 1 point sur 4 :

On garde 1 point sur 20 :

A quelle fréquence sont échantillonnés les CD audio ?

- ▶ Son 1 :
- ▶ Son 2 :
- ▶ Son 3 :
- ▶ Son 4 :
- ▶ Son 5 :
- ▶ Son 6 :
- ▶ Son 7 :

A quelle fréquence sont échantillonnés les CD audio ?

- ▶ Son 1 :     $\rightarrow f_{\max} = 200\text{Hz}$
- ▶ Son 2 :    
- ▶ Son 3 :
- ▶ Son 4 :
- ▶ Son 5 :
- ▶ Son 6 :
- ▶ Son 7 :

A quelle fréquence sont échantillonnés les CD audio ?

- ▶ Son 1 :     $\rightarrow f_{\max} = 200\text{Hz}$
- ▶ Son 2 :     $\rightarrow f_{\max} = 1000\text{Hz}$
- ▶ Son 3 :    
- ▶ Son 4 :
- ▶ Son 5 :
- ▶ Son 6 :
- ▶ Son 7 :

A quelle fréquence sont échantillonnés les CD audio ?

- ▶ Son 1 : → $f_{\max} = 200\text{Hz}$
- ▶ Son 2 : → $f_{\max} = 1000\text{Hz}$
- ▶ Son 3 : → $f_{\max} = 3000\text{Hz}$
- ▶ Son 4 :
- ▶ Son 5 :
- ▶ Son 6 :
- ▶ Son 7 :

A quelle fréquence sont échantillonnés les CD audio ?

- ▶ Son 1 :     → $f_{\max} = 200\text{Hz}$
- ▶ Son 2 :     → $f_{\max} = 1000\text{Hz}$
- ▶ Son 3 :     → $f_{\max} = 3000\text{Hz}$
- ▶ Son 4 :     → $f_{\max} = 10000\text{Hz}$
- ▶ Son 5 :    
- ▶ Son 6 :
- ▶ Son 7 :

A quelle fréquence sont échantillonnés les CD audio ?

- ▶ Son 1 : → $f_{\max} = 200\text{Hz}$
- ▶ Son 2 : → $f_{\max} = 1000\text{Hz}$
- ▶ Son 3 : → $f_{\max} = 3000\text{Hz}$
- ▶ Son 4 : → $f_{\max} = 10000\text{Hz}$
- ▶ Son 5 : → $f_{\max} = 13000\text{Hz}$
- ▶ Son 6 :
- ▶ Son 7 :

A quelle fréquence sont échantillonnés les CD audio ?

- ▶ Son 1 : → $f_{\max} = 200\text{Hz}$
- ▶ Son 2 : → $f_{\max} = 1000\text{Hz}$
- ▶ Son 3 : → $f_{\max} = 3000\text{Hz}$
- ▶ Son 4 : → $f_{\max} = 10000\text{Hz}$
- ▶ Son 5 : → $f_{\max} = 13000\text{Hz}$
- ▶ Son 6 : → $f_{\max} = 16000\text{Hz}$
- ▶ Son 7 :

A quelle fréquence sont échantillonnés les CD audio ?

- ▶ Son 1 :     $\rightarrow f_{\max} = 200\text{Hz}$
- ▶ Son 2 :     $\rightarrow f_{\max} = 1000\text{Hz}$
- ▶ Son 3 :     $\rightarrow f_{\max} = 3000\text{Hz}$
- ▶ Son 4 :     $\rightarrow f_{\max} = 10000\text{Hz}$
- ▶ Son 5 :     $\rightarrow f_{\max} = 13000\text{Hz}$
- ▶ Son 6 :     $\rightarrow f_{\max} = 16000\text{Hz}$
- ▶ Son 7 :     $\rightarrow f_{\max} = 20000\text{Hz}$

A quelle fréquence sont échantillonnés les CD audio ?

- ▶ Son 1 :     → $f_{\max} = 200\text{Hz}$
- ▶ Son 2 :     → $f_{\max} = 1000\text{Hz}$
- ▶ Son 3 :     → $f_{\max} = 3000\text{Hz}$
- ▶ Son 4 :     → $f_{\max} = 10000\text{Hz}$
- ▶ Son 5 :     → $f_{\max} = 13000\text{Hz}$
- ▶ Son 6 :     → $f_{\max} = 16000\text{Hz}$
- ▶ Son 7 :     → $f_{\max} = 20000\text{Hz}$

Acuité auditive

En moyenne (car les performances sont très variables d'une personne à l'autre) l'oreille perçoit des sons dans des fréquences comprises entre 20Hz et 20000Hz.

⇒ la fréquence d'échantillonnage des CD audio est de 44100Hz.

A quelle fréquence sont échantillonnés les CD audio ?

- ▶ Son 1 :     → $f_{\max} = 200\text{Hz}$
- ▶ Son 2 :     → $f_{\max} = 1000\text{Hz}$
- ▶ Son 3 :     → $f_{\max} = 3000\text{Hz}$
- ▶ Son 4 :     → $f_{\max} = 10000\text{Hz}$
- ▶ Son 5 :     → $f_{\max} = 13000\text{Hz}$
- ▶ Son 6 :     → $f_{\max} = 16000\text{Hz}$
- ▶ Son 7 :     → $f_{\max} = 20000\text{Hz}$

Acuité auditive

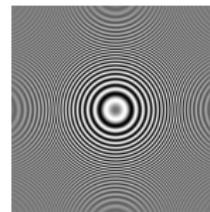
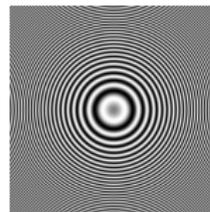
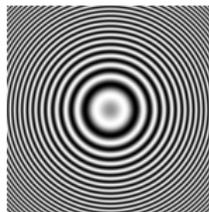
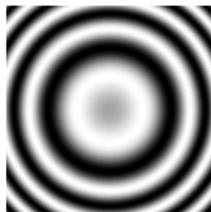
En moyenne (car les performances sont très variables d'une personne à l'autre) l'oreille perçoit des sons dans des fréquences comprises entre 20Hz et 20000Hz.

⇒ la fréquence d'échantillonnage des CD audio est de 44100Hz.

Remarque : pour éviter tout risque d'avoir un mauvais enregistrement sur un CD audio, on "enlève" au préalable toutes les fréquences supérieures à 22000Hz : cela s'appelle un **filtrage**.

Messages

- ▶ Échantillonner **OUI MAIS** sans perte d'information : ne pas choisir le pas d'échantillonnage au hasard !
- ▶ Valable quelque soit la dimension du signal : 1D (audio), 2D (images), 3D (vidéos), ...



- ▶ Une fois acquis et numérisé, un signal doit être stocké;
- ▶ Dans le but de limiter la taille (espace mémoire) de ces signaux, on va faire appel à la notion de compression.

Messages

